Raumflug – Das Treibstoffproblem

Für einen Flug zu fernen Sternen oder anderen Galaxien haben wir die Bewegungsgleichungen für das Raumschiff bereits kennengelernt. Annahme war dabei, dass wir eine konstante Beschleunigung aufrecht erhalten können. Auf der ersten Weghälfte zum Schnellerwerden , auf der zweiten zum Abbremsen.

Nun wollen wir betrachten, wie es mit der Menge mitzuführenden Treistoffes aussieht. Wiederum gelten unsere Überlegungen für eine Reise im leeren Raum, sodass wir mit unserem Wissen über die spezielle Relativität auskommen.

Der wesentlichste Punkt ist die Zeit: benötigen wir für die Reise zehntausende Raumschiff- oder Erden-Jahre, ist mit unseren Entdeckungen am Ziel wohl niemandem mehr gedient. Wir untersuchen deshalb den 'raschestmöglichen' Fall: Die gesamte erste Teilstrecke beschleunigen, die gesamte zweite bremsen. Dazwischenliegende antriebslose Teilstrecken mit konstanter Geschwindigkeit würden die Zeitbilanz nur verschlechtern.

Welchen Treibstoff wählen wir?

Wieviel Energie können wir aus dem mitgeführten Treibstoff gewinnen?

Utopie:

Die maximal mögliche Ausbeute erhält man, wenn die *gesamte* Masse des Treibstoffes *vollständig* in Energie verwandelt wird. Der entsprechende Betrag ist dann $E = mc^2$.

Der Treibstoff müsste also völlig in Photonen zerstrahlt werden, die dann von der Rakete nach hinten ausgestoßen werden und ihren Impuls an das Schiff abgeben. ('Materie-Antimaterie-Antrieb', 'Photonentriebwerk')

Realität:

chemische Brennstoffe: 1 Milliardstel der Masse wird in Energie umgewandelt.

Kernspaltung von Uran-235: 1/1000 der Masse wird in Energie umgewandelt

Kernfusion von Wasserstoff (Sonne): 1/100 der Masse wird umgewandelt

Für unsere Rechnungen gehen wir vom Idealfall aus, der vollständigen Umwandlung von Masse in Energie mit 100% Ausbeute. Der Treibstoff unserer Rakete könnte also zu 50% aus Materie und zu 50% aus Antimaterie bestehen (angenommen wir hätten eine Möglichkeit, Antimaterie zu lagern...).

Einen 'besseren' Antrieb als diesen kann es nicht geben.

Dass wir den gesamten Treibstoff bereits zu Beginn der Reise in die Rakete packen, ist eigentlich nicht zwingend. Doch wie könnten wir zum Nachtanken 'zwischenlanden' - wir müssten auf v=0 abbremsen.

Das 'Aufsammeln' von Materie/Antimaterie während der Reise wäre zwar möglich, doch wird es uns nicht gelingen, ausreichend Antimaterie zu sammeln. Sie scheint im uns zugänglichen Bereich des Alls sehr selten zu sein. (Abgesehen davon, dass uns das Einsammeln von 'ruhenden' Materieteilchen wieder etwas bremsen würde)

Berechnung:

Erstens – der Energiesatz

Zu Beginn der Reise haben wir eine Rakete mit Masse m (Nutzlast) und einen Treibstoffvorrat mit Masse M. Die Rakete ruht auf der Erde. $E_0=(m+M)c^2$

Nach der Beschleunigungsphase hat die Rakete eine Geschwindigkeit v, der Treibstoff ist verbraucht und vollständig in Lichtenergie E_L zerstrahlt. $E_1=\gamma m c^2+E_L$, wobei wir mit γ den relativistischen Faktor bezeichnen.

Die **Energieerhaltung** fordert: $E_0=E_1 \quad \Rightarrow \quad (m+M)c^2=\gamma m c^2+E_L$

Zweitens – der Impulssatz

Zu Reisebeginn ist p_0=0, da v=0 und noch nichts zerstrahlt wurde.

Nach der Beschleunigungsphase hat das Raumschiff die Geschwindigkeit v, die Photonen haben ihren Impuls vollständig (nach hinten) an uns abgegeben $p_1=\gamma m v-\frac{E_L}{c}$.

Die **Impulserhaltung** fordert: $p_0=p_1 \quad \Rightarrow \quad 0=\gamma m v-\frac{E_L}{c}$

Damit haben wir zwei Gleichungen, aus denen wir E_L eliminieren können.

$$(m+M)c^2=\gamma m c^2+\gamma m c v$$

$$M c^2=\gamma m c^2+\gamma m c v-m c^2=m c^2(\gamma(1+\frac{v}{c})-1)$$

und vereinfacht

$\frac{M}{m} = \gamma(1+\frac{v}{c}) - 1$	Das Verhältnis der Treibstoffmasse zur Raumschiffmasse, das zum Erreichen der Geschwindigkeit v mittels optimalem Photonenantrieb nötig ist.

Interessanterweise ist dieses **Verhältnis nur durch v bestimmt und unabhängig davon, *wie* wir diese Geschwindigkeit erreichen** (gleichmäßiger Schub oder erst stark, dann schwach beschleunigen,...)

Für große v hat die rechte Seite etwa einen Wert von 2 γ . Wie wir bereits wissen, wird γ allerdings sehr sehr groß...

Legen wir wie in unseren vorhergegangenen Überlegungen wiederum eine konstante Beschleunigung zugrunde, können wir γ (mittels 1') und v (mittels 1) einsetzen:

$$\frac{M}{m}=\cosh\frac{aT}{c}(1+\frac{1}{c}c\tanh\frac{aT}{c})-1=\cosh\frac{aT}{c}(1+\tanh\frac{aT}{c})-1=\cosh\frac{aT}{c}+\sinh\frac{aT}{c}-1$$

und mit cosh(x)+sinh(x) = e^x

$\frac{M}{m} = e^{\frac{aT}{c}} - 1$	Das Verhältnis der Treibstoffmasse zur Raumschiffmasse, das zum Erreichen der Geschwindigkeit v mittels optimalem Photonenantrieb bei konstanter Beschleunigung a nötig ist.

Für jedes Kilogramm Nutzlast sind also $e^{\frac{aT}{c}} - 1$ **Kilogramm Treibstoff nötig. Diese Menge wächst exponentiell mit Beschleunigung und Flugzeit!**

Zahlenwerte können wir leicht mit unserem Python-Programm berechnen.

Reise mit Landung am Ziel

Wollen wir am Ziel landen, müssen wir das Raumschiff wieder abbremsen. Für diese Berechnung können wir ebenfalls obige Formel heranziehen, doch in zwei Phasen.

Erster Teil = Zweite Phase : die Landung. Das Abbremsen von v auf 0 berechnet sich genauso wie das Beschleunigen von 0 auf v. Wir berechnen also M und 'lassen den Film verkehrt laufen': Die Masse m+M wird abgebremst, das Raumschiff mit Masse m landet.

Zweiter Teil = Erste Phase : die Beschleunigung von 0 auf v. Hier ist die Nutzlast m+M anstatt m alleine! Wir müssen den gesamten für den Bremsvorgang nötigen Treibstoff mitbeschleunigen. Weiters dauert, wie wir bereits wissen, die Reise bei beabsichtigter Landung für die Astronauten **wesentlich** länger als der Vorbeiflug. Es ergibt sich **nicht** die doppelte Treibstoffmenge. Die Zahlenwerte sind überraschend viel größer!

Beispiele für unterschiedliche Entfernungen:

Für ein Raumschiff mit 1 Tonne Nutzlast (Schiff+Instrumente+Besatzung+Verpflegung),

Ziel	Vega (27 Lichtjahre)		Zentrum der Milchstraße (30000 Lichtj.)	
	ohne Landung	mit Landung	ohne Landung	mit Landung
Flugdauer für Astronauten	4 Jahre	6 ½ Jahre	11 Jahre	20 Jahre
Flugdauer für Erde	28 Jahre	29 Jahre	30001 Jahre	30002 Jahre
Treibstoffmenge	57 Tonnen	886 Tonnen	62 Tausend Tonnen	955 Millionen Tonnen